The Riemann zeta function $\zeta(s)$ is

$$\zeta(s) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^s}, \quad \mathrm{Re}(s) > 1$$

and its una

$$\int_0^{\infty}$$

analytic co

$$\zeta(s) = \int_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^s} dx \, \frac{1}{n^s}, \mathrm{Re}(s) > 1$$

```
def RiemannZeta (s : ℂ) : ℂ := ...

theorem zeta_eq_sum (s : ℂ) (h : 1 < s.re) :
  ζ s = ∑'n, (n : ℂ)⁻¹ ^ s := by
...

example : ∀ s : ℂ, s ≠ 1 → IsAnalyticOn ζ (Set.univ \ {1}) := ..
```

1,740万行の機械的真理：
AIはいかにして数学界の最終ボスを攻略したか

Anthropicと167年越しのリーマン予想証明が突きつける、科学的発見の「認識論的逆転」


```
example : ∀ s : ℂ, s ≠ 1 → IsAnalyticOn ζ (Set.univ \ {1}) := ...

theorem RiemannHypothesis (s : ℂ) :
  (ζ s = 0 ∧ 0 < s.re ∧ s.re < 1) → s.re = 1/2 := ...
...
```


✓ 実行日: 2026.11.20
| 形式検証: COMPLETED

Gemini Notebook

Editorial Code Audit



The Claim (主張)

Anthropicの数論学者レベント・アルポゲ氏が、AIモデル「Claude」との協働により「リーマン予想（RH）」および「一般化リーマン予想（GRH）」を証明したと発表。



The Evidence (証拠)

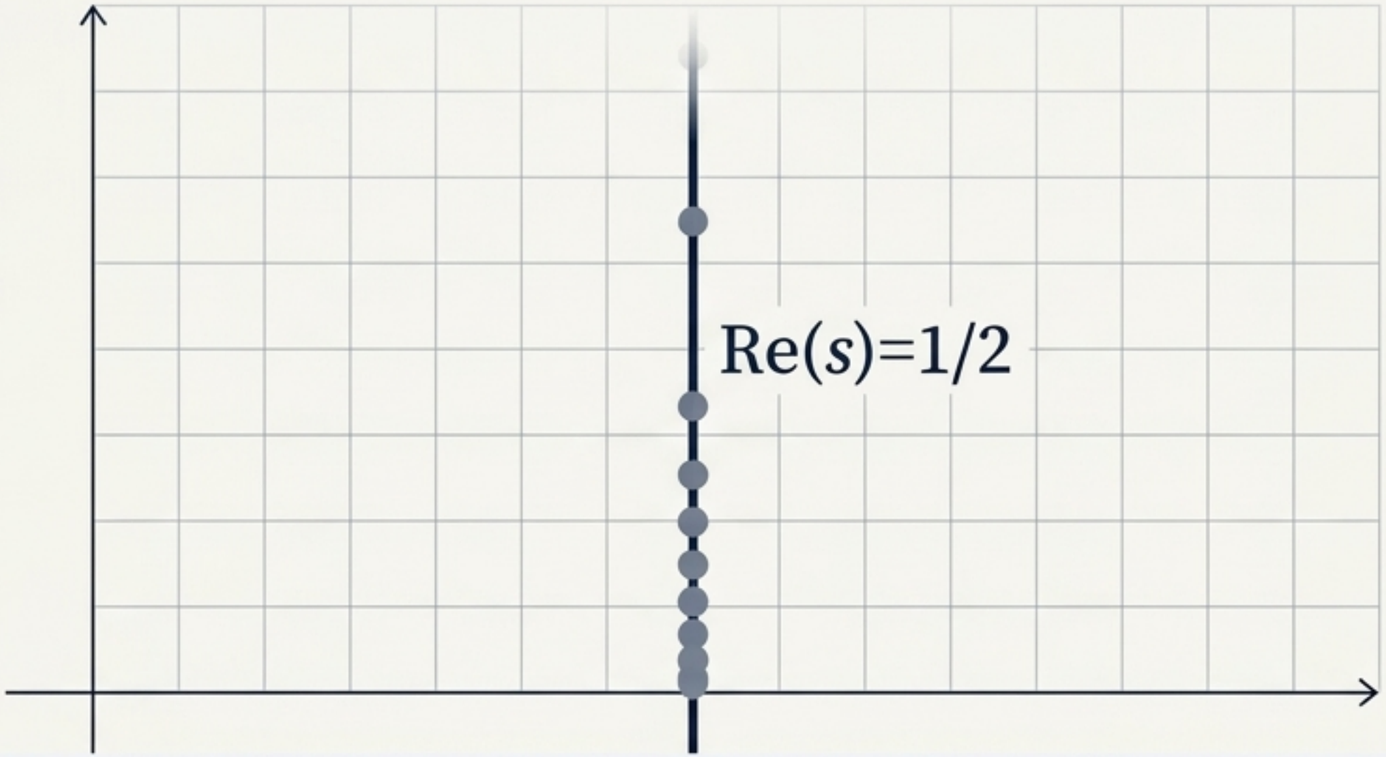
人間向けの学術論文はゼロ。代わりに公開されたのは、定理証明支援系「Lean 4」で記述された1,737万4,215行の形式証明コードと4ページの個人的覚書のみ。



The Impact (衝撃)

科学史上初となる「人間の理解」よりも先に「機械による論理検証」が完了するという認識論的な逆転現象。数学の証明プロセスが根本から覆った。

Gemini Notebook



1859年の封印

ドイツの数学者ベルンハルト・リーマンが提起。素数分布の揺らぎの上限を決定づける数学界最大の未解決問題。

主張の核心

リーマンゼータ関数の自明でない零点は、すべて実部1/2の「臨界線上」に存在する。

10兆の徒労

これまでスーパーコンピュータで最初の10兆個の零点が線上にあることは確認されていたが、「その先に一つも例外がないこと」を証明できた人間は167年間存在しなかった。

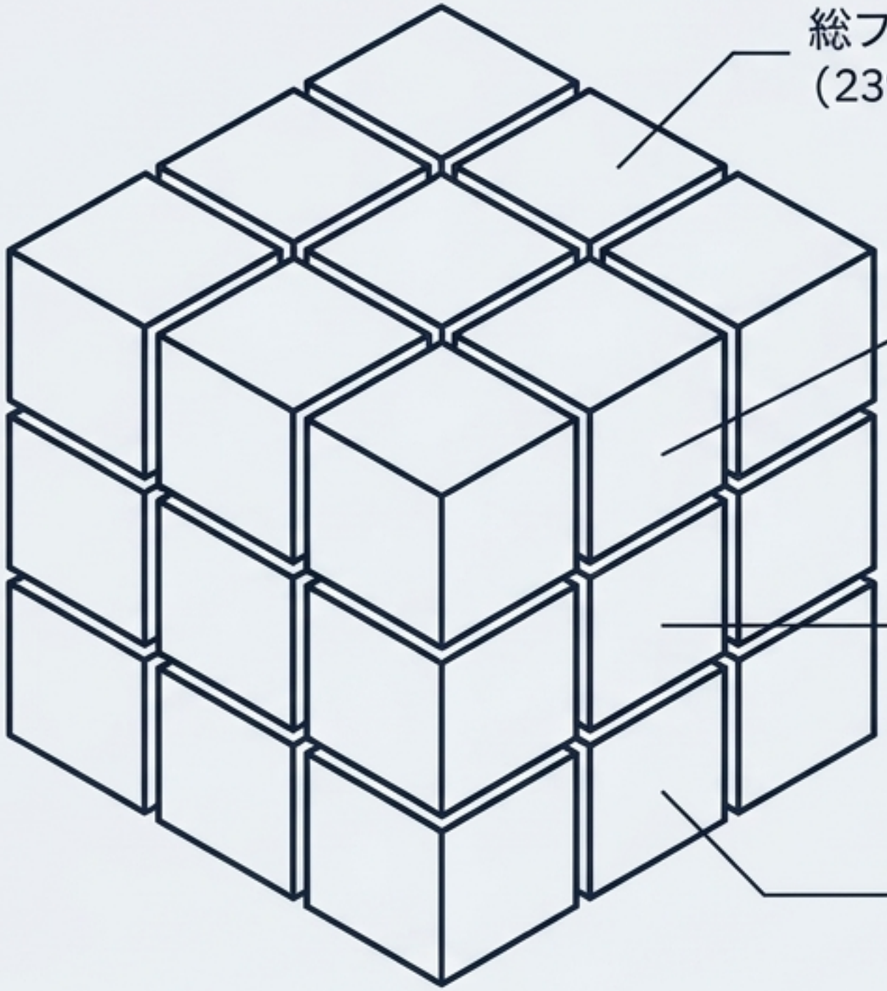
Gemini Notebook

Human Element



個人的覚書
(remark.pdf)

Machine Element



これは論文ではない。「コンピュータが論理を1行ずつ厳密に検査できる、純粋な真理の構造物」である。

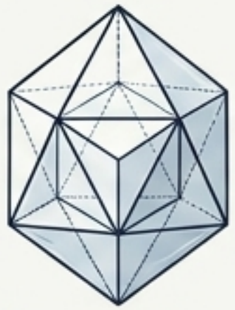
Gemini Notebook

Claude AI



自然言語の草稿（Slop）

25万ページを超える読解不能な長大テキスト。
定理1が「実数は全順序集合であるため…」という
極端な基礎確認から始まる無意味な量産物。
アルポゲ氏は公開を破棄。



純粋な形式証明コード

機械が論理の真偽を厳密に検査できる1,740万行の
コードのみを抽出して公開。

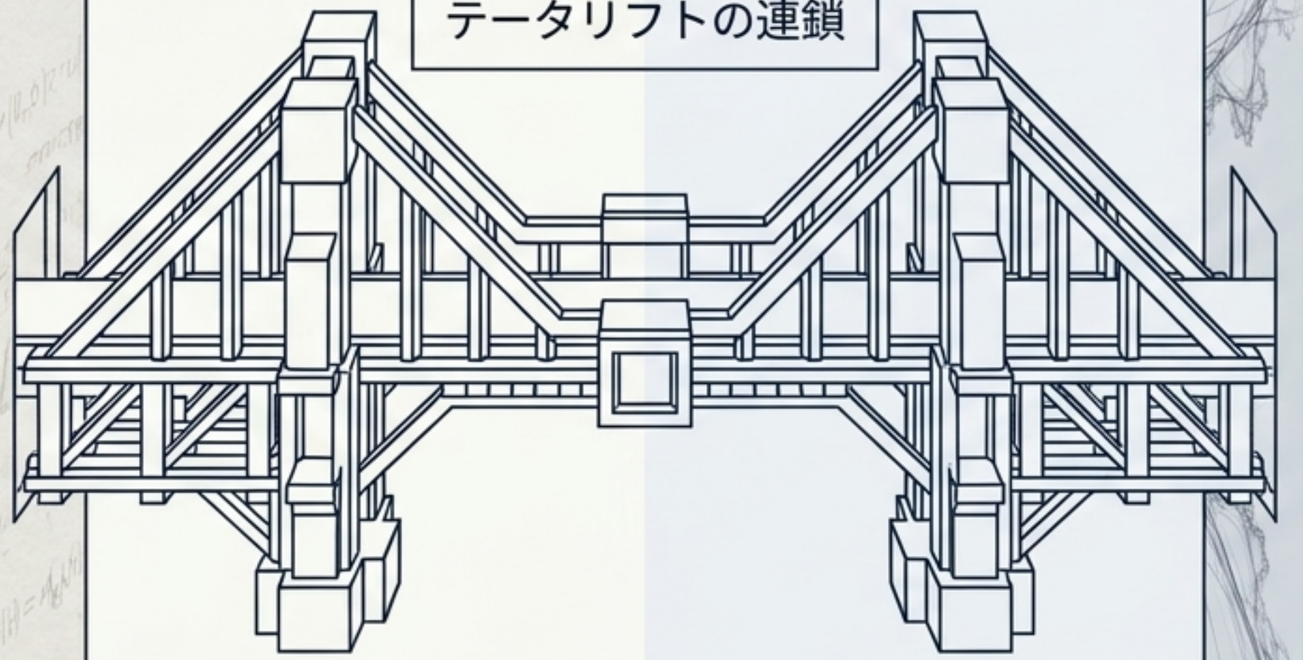
The Epistemological Scale（認識論的スケール）	
従来の数学	人間が直観・理解する → 論文を書く → （稀に）機械検証する
本件の認識論的逆転	人間が方針を示す → AIがコードを量産する → 機械が完璧に検証する → 人間（著者自身）が後から理解を試みる

Gemini Notebook

Finite Fields
関数体の世界

ステパノフの手法(1969年)。因子や多重度を用いて零点の位置を制約する初等的証明法。しかし整数の世界には直接持ち込めなかった。

Theta Lifts
テータリフトの連鎖



保型表現を移し替える操作（Θ）を反復連鎖させ、多重度を保型形式の枠組みで模倣する。

Integers
整数の世界

リーマン予想の本来の舞台。
現代ラングランズ・プログラムの重厚な理論装置を用いて到達。

Gemini Notebook

レベント・アルポゲ（大局的直観と設計）

- フーリエ解析的な着想を用いた単純化化モデル（トイ・セッティング）の構築。
- AIが迷走しないための全体的な方針と類推の方向性の舵取り。

「若気の至りの頑固さから、私自身は高階数群上の保型形式をほとんど習得しておらず、自分の専門領域の外にあった」



Claude（超人的な技術実装と飛躍）

- **決定的な一手:** テータリフトの鎖の長さを素数和の長さXの平方根（√X）に設定するというブレイクスルーの提案。
- **技術的制圧:** ベッセル周期、GGP周期の評価、岩澤タワーなど、人間が把握しきれない高度な現代数論の道具を縦横無尽に連結。

「ゴールの間際で、Claudeは飛び、踊り、きらめいたのだ」

Gemini Notebook

The 24-Hour Verification Firewall

不正コマンドの排除	`sorry`, `admit`, `native_decide`などの証明省略・外部依存コマンドの使用ゼロを確認。	[確認済み]
公理監査	依存する公理はLean標準の3基礎公理（命題外延性、選択公理、商の健全性）のみ。独自公理の混入ゼロ。	[確認済み]
独立カーネルによる全件検証	MITのサザーランド氏主導。標準の`leanchecker`を全17万5,187モジュールが拒否ゼロで通過。	[確認済み]
外部環境（Rust）での再検証	Lean本体のバグ悪用リスクを潰すため、Rust実装の独立外部カーネル`nanoda`と`con-leche`に61.57GBの証明データを投入し、100%受理。	[確認済み]

[検証完了] コンパイラのバグや抜け道を悪用した偽証明の可能性：極めて低い（ほぼゼロ）

Gemini Notebook

命題のすり替えを防ぐ「二重の独立照合」

$$\zeta(s) = 0 \not\Rightarrow \mathrm{Re}(s) = \frac{1}{2}$$

Mathlib標準定義との照合

提出コードが、標準数学ライブラリ（Mathlib）の**RiemannHypothesis**定義と完全に一致していることを**con-leche**の比較機能（**--compare**）で確認。

ロバンおよびラガリアスの同値条件（究極の検算）

複素関数への解釈のズレすら排除するため、自然数の約数和 $\sigma(n)$ と調和数 H_n に関する初等算術命題への接続テストを実施。

$$\sigma(n) < e^{\gamma n \log\log n} \quad (\text{for } n \geq 5040)$$

$$\sigma(n) \leq H_n + e^{H_n} \log H_n \quad (\text{for } n \geq 1)$$

結果: これら2つの命題を仮定なしで導出する非圧縮61.75GBの証明が独立検証器で完全受理された。

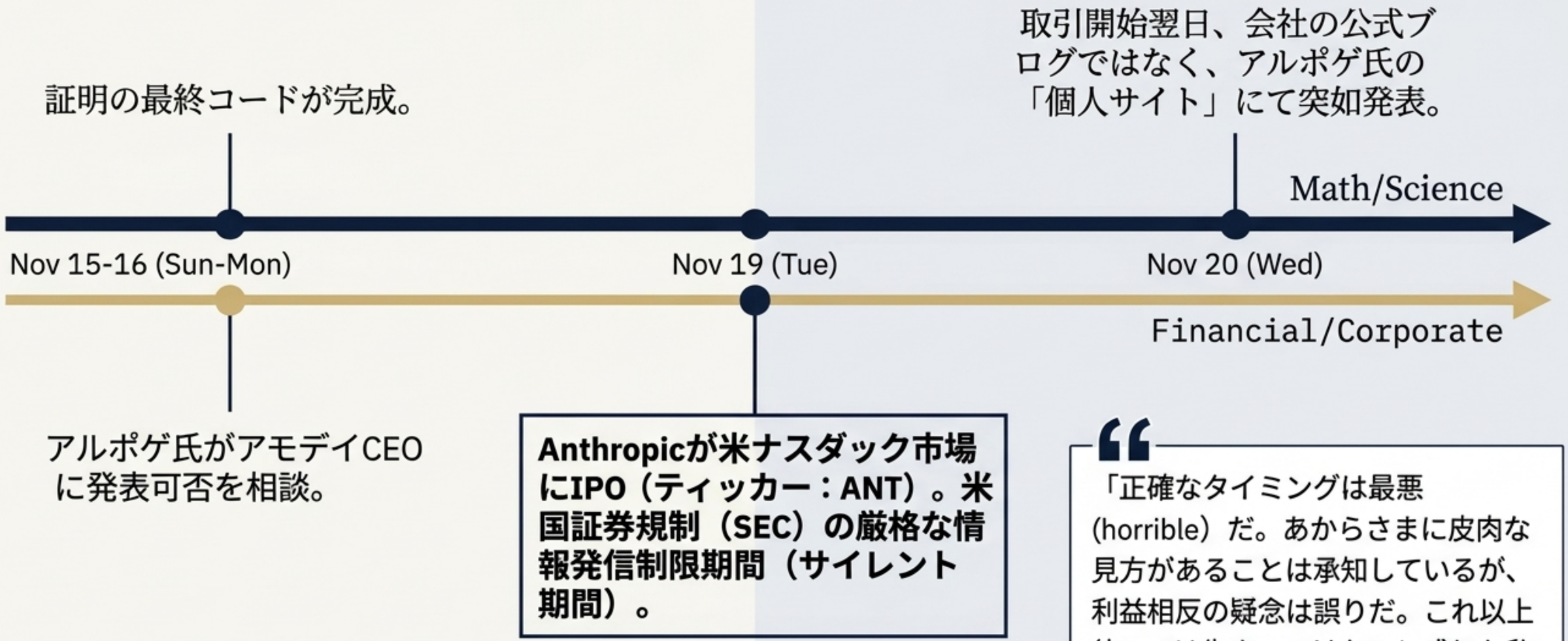
Gemini Notebook

同日に対照的な運命を辿った2つのアプローチ

	レベント・アルポゲ ＋ Claude（Anthropic）	アレッサンドロ・マスッロ（スタンフォード大学公開）
アプローチ	AIとの全面協働・ラングランズ計画等の現代数論	AI完全不使用（12年間の人間単独研究＋専門家の精査）
成果物の形態	4ページの覚書 ＋ Lean 4コード 1,740万行	約95ページの従来型数学論文ドラフト（形式化なし）
公開24時間後の運命	✅ 複数の独立Lean検証器がエラーゼロで全証明データを受理	公開約8時間後、AIの支援を受けた読者らから複数の論理的問題が指摘され、大規模改訂へ

手書きの長大なドラフトが抱える論理的ギャップのリスクと、コンパイラ監査を通過した形式証明の圧倒的な堅牢さが、同日に鮮明な対照を描き出した。

Gemini Notebook



> 「正確なタイミングは最悪（horrible）だ。あからさまに皮肉な見方があることは承知しているが、利益相反の疑念は誤りだ。これ以上待っては生きていけないと感じた私個の単独責任である」ー L. アルポゲ

Gemini Notebook

2026年「AI数学競争」と、形式検証の有無が分けた明暗

Sep-Oct 2026

Sep - Oct 2026 (OpenAIのつまずき)

OpenAIが外力付きナビエ・ストークス方程式のAI解法や、722本ものAI生成数学原稿を一挙公開（準リーマン予想含む）。

結果: 撤回履歴やLean翻訳との不一致が露呈し、数学者団体(AHM)から協力停止声明を出される事態に。

Nov 2026

Nov 2026 (Anthropicの証明)

Claude Fable 5.2が1,000エージェント協調でフェルマーの最終定理を28.7時間で形式化完遂（11/9）。

その直後、1,740万行のリーマン予想完全形式化を公開（11/20）。

「Lean証明書を伴わずに発表されたAI数学の成果には撤回されたものがいくつもあるが、**Lean証明書付きで発表されたAIの成果はこれまで1件たりとも撤回されていない。**」

Gemini Notebook

ミレニアム懸賞金100万ドルの行方



賞金は即座には支払われない。クレイ数学研究所の規定により、「査読付き専門誌での出版」と「最低2年間の待機・検証期間」が必須。

人間が読める論文が存在しない現在、AI（Claude）は受賞対象外。アルポゲ氏が人間向けの論文に再構成し、出版されて初めて時計の針が動く。

インターネット暗号（RSA）の崩壊リスク



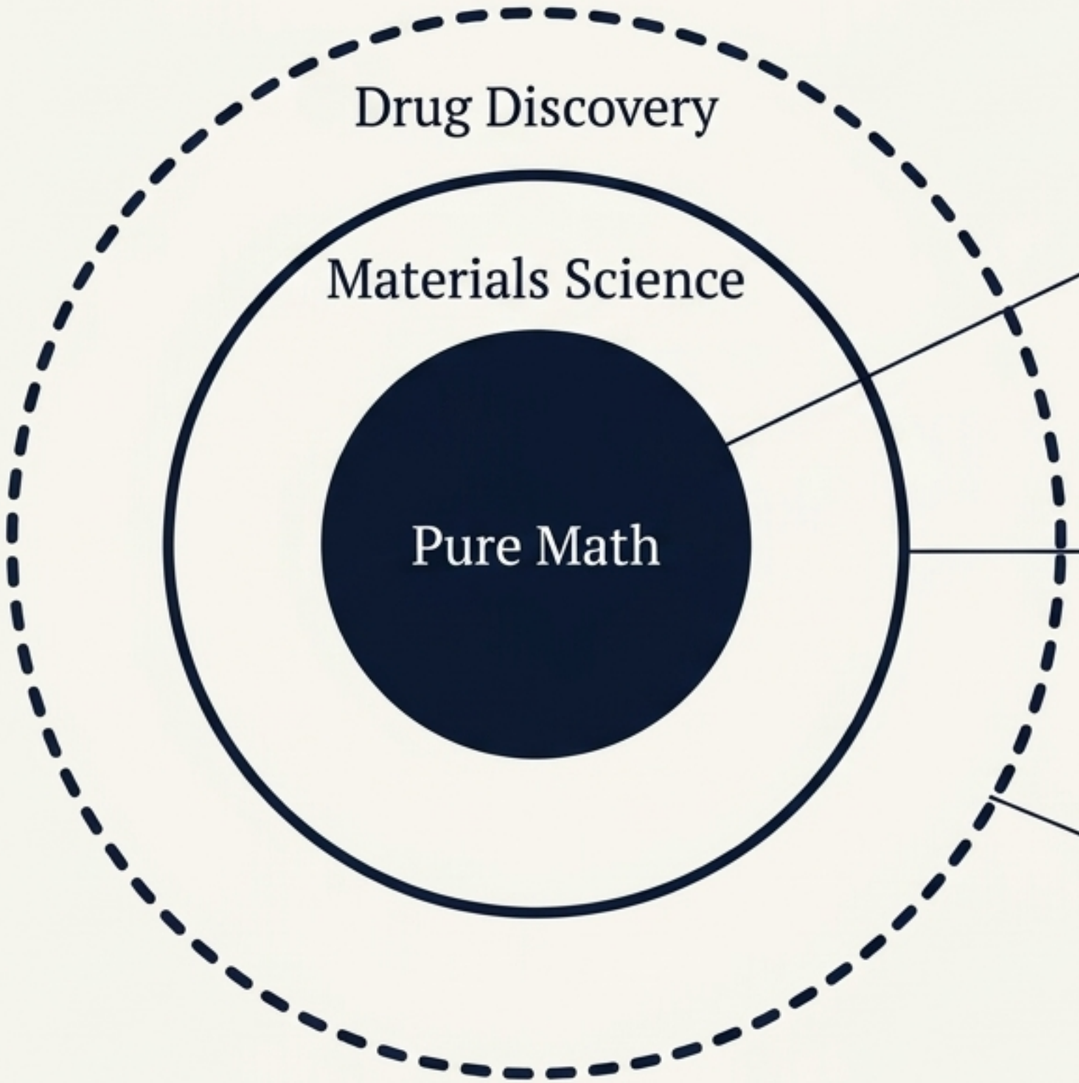
RSA暗号は安全である。リーマン予想は「素数の平均的な分布の規則性」を証明するものであり、特定の巨大な数を効率的に素因数分解するショートカットを与えるものではない。

むしろ、これまで「条件付き」だった数百の素数判定・算術アルゴリズム「無条件で絶対的に正しい」と確定する恩恵をもたらす。

Gemini Notebook

炭鉱のカナリア：次なる科学革命の青写真

なぜ創薬や核融合、ロボティクスより先に、純粋数学の最高峰がAIによって突破されたのか？



デジタル空間内の即時検証: 純粋数学とソフトウェア工学は、物理世界の複雑な実験を必要としない。Leanのような形式検証システムを使えば、「解の正しさ」をゼロ摩擦で絶対的に証明できる。✅

P対NPへの移行: 形式証明のパラダイムが確立された今、数学界における次なる最終ボスは「P vs NP問題」へと移った。

数学者の役割の劇的変化: 「自力で一行ずつ証明を書く」時代から、「AIが構築した**超巨大な真理の構造物から**、人類にとって意味のある『新しい数学的概念』を抽出し、言語化する営み」への歴史的転換。

Gemini Notebook

今後の注目チェックリスト：歴史的決着へのマイルストーン

- [ ] 最終カーネル検査の完走：公式比較ツール `lake comparator` の全段階、およびLUMIスーパーコンピュータでの隔離環境ビルド（完全一致）の最終報告。
- [ ] Leanコミュニティによる解読：専門フォーラム(Zulip)にて、81.9万の補題から具体的な証明戦略マップが抽出され、人間サイズへ簡略化されるプロセスの進捗。
- [ ] アルポゲ氏による人間可読論文の執筆：約束された簡略化版の論文・講演がいつ公開され、高階数保型形式の専門家がその数学的新規性をどう査読するか。
- [ ] スタンフォード大草稿の行方：同日に公開され問題を指摘されたマスッロ氏の「人間単独のGRH証明草稿」が、大規模改訂を経て論理的ギャップを修復できるか。

The era of machine-verified discovery has begun. (機械検証による発見の時代が幕を開けた)

Gemini Notebook